

# 第6章 比較静学と導関数の概念

市東 亘

shito@seinan-gu.ac.jp

2020年5月22日

## 本章の目的

- 変化率と微分係数を理解する.

比較静学 = パラメータ変化前と後における古い均衡と新しい均衡の比較.

## 1 変化率と導関数

$y = f(x)$        $y$ : 内生変数    $x$ : 外生変数, パラメータ.

比較静学: パラメータ  $x$  が変化すると均衡における内生変数  $y$  はどのように変化するか?

↓

$x$ , 1単位当たりの変化に対する  $y$  の変換量, すなわち変化率に注目する.

### (1) 差分係数

- 「変化」の定義

変数  $x$  が  $x_0$  から  $x_1$  へ変化  $\implies$  変化量: \_\_\_\_\_

- $y = f(x)$  の変化

$x_0 \rightarrow x_1$  の時の  $y = f(x)$  の差分

$x_0 \rightarrow x_1 \iff x_0 \rightarrow$  \_\_\_\_\_

$f(x_1) - f(x_0) \iff$  \_\_\_\_\_

- $x$ , 1 単位当たりの  $y$  の変化量 ( $y$  の  $x$  に対する変化率)

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \underline{\hspace{10cm}}$$

- $y = f(x) = \frac{1}{2}x + 2$  のケース.

- $y = f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 4$  のケース.

今,  $x_0 = 2$ ,  $x_1 = 6$  とすると,  $\Delta x = 4$  で,  $\Delta y/\Delta x = \underline{\hspace{2cm}}$  になる.

-  $x$  が 2 から 6 へ 4 変化すると,  $\Delta y = 2\Delta x$  より  $y$  は  $\underline{\hspace{2cm}}$  変化する.

-  $\Delta y/\Delta x = 2$  は,  $x$  が 2 から 6 へ変化する過程で,  $y$  が  $\underline{\hspace{2cm}}$   $x$ , 1 単位あたり 2 変化することを表している.

## (2) 微分係数

- $y = \frac{1}{4}x^2 - 4$  のケースでは,  $x_0$  の位置や  $x_0 - x_1$  間の距離に応じて  $\Delta y / \Delta x$  の値が異なった.
- それでは,  $x_1$  に依存させず (すなわち  $x_0 - x_1$  間の距離に依存させず), ある点  $x_0$  における変化率はどのように求められるだろうか?

⇒ \_\_\_\_\_

- この \_\_\_\_\_ を「元の関数から導かれた」という意で導関数 (derivative) と呼ぶ. 元の  $y = f(x)$  は原始関数 (primitive function) と呼ぶ.
- $\Delta x \rightarrow 0$  で差分係数の極限值をとったものを \_\_\_\_\_ と呼び, 差分係数と区別し \_\_\_\_\_ と書く.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{微分} \equiv \text{導関数を求めること} \\ \text{微分係数} \equiv \text{_____} \end{array} \right.$$

## (3) 考察

- 差分係数は  $x_0$  と  $\Delta x$  の関数であったが, 微分係数は  $x_0$  のみの関数となった. これは  $\Delta x$  を限りなくゼロに近づけたため.
- 微分係数が  $x_0$  の関数ということは,  $x_0$  の値に応じて微分係数の値も異なるということ. したがって,  $x_0$  を変数  $x$  に置き換えれば, 微分係数もまた  $x$  の関数になる. これが導関数と呼ばれるゆえん.
- 上に関連して, 傾きが一定である直線の式では, 差分係数は  $x_0$  に依存せず定数になった. したがって, 微分係数も定数となる.
- 差分係数が  $x_0$  から  $x_0 + \Delta x$  間の平均的な変化率を表しているのに対し, 微分係数は  $x_0$  における瞬時的な変化率を表している.

## 課題

- (1) テキスト pp.149–156 を読む.
- (2) 練習問題 6.2, 1–3.
- (3) テキスト pp.165–174 を読む.(不等式と極限に関する諸定理については各自で自習.)
- (4) 練習問題 6.5, 1–3.

## 2 関数の連続性と微分可能性

- (1) 連続な関数: ジャンプしない. ギャップがない.  $\implies$  極限值が存在する.
- (2) 微分可能な関数: 滑らか  $\implies$  どちらの方向から極限をとっても極限值が等しい.
- (3) 関数が連続でも微分可能とは限らない. 例えば, キャップがなくても滑らかでなく屈折している線など.

## 課題

- (1) テキスト pp.174–180 を読む.