

## 第2章 経済モデル

市東 亘

shito@seinan-gu.ac.jp

2020年4月18日

### 本章の目的

- 集合の概念を理解する.
- 必要条件, 十分条件, 必要十分条件を理解する.
- 背理法の原理を理解する.
- 対偶を理解する.

### 1 集合の概念 (P.14)

#### (1) 集合の記号

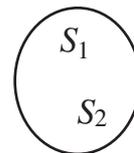
- 列挙による記述 \_\_\_\_\_
- 叙述による記述 \_\_\_\_\_ or \_\_\_\_\_
- 要素 (element) \_\_\_\_\_  
(is an element of)

#### (2) 集合の間の関係

- 等しい集合 (identical set): \_\_\_\_\_

(例)  $S_1 = \{2, 7, a, f\}$   $S_2 = \{f, 7, a, 2\}$

$\Rightarrow$  \_\_\_\_\_

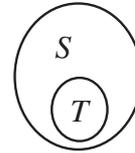


- 部分集合 (subset): \_\_\_\_\_

(例)  $S = \{1, 2, 3, 4\}, T = \{3, 4\}$

$\Rightarrow$  \_\_\_\_\_ (T is contained in S.)

$\Rightarrow$  \_\_\_\_\_ (S includes T.)



部分集合の正確な定義:  $x \in T$  ならば  $x \in S$  が成立するとき  $T \subset S$   
 $\Rightarrow S \subset S$  が常に成立する!つまり, 自分自身が部分集合になる.

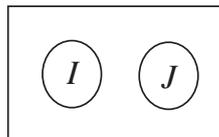
- 空集合 (null set, empty set): \_\_\_\_\_

$\Rightarrow$  \_\_\_\_\_

空集合はいかなる集合の部分集合になる. otherwise 集合論の体系に矛盾を来す.

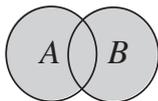
- 互いに素 (disjoint): \_\_\_\_\_

$I = \{1, 3\}, J = \{4, 5\}$



(3) 集合の演算

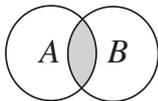
- 論理和



$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ or } x \in B\}$$

$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, A \cup B = C \Rightarrow C =$  \_\_\_\_\_  
 和集合 (union)

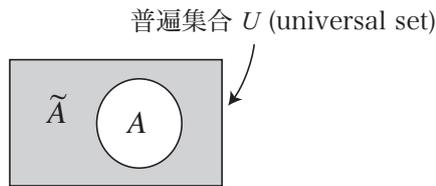
- 論理積



$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ and } x \in B\}$$

$A \cap B = C \Rightarrow C =$  \_\_\_\_\_  
 共通集合 (intersection)

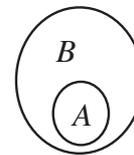
- 補集合 (complement):  $\tilde{A}$  \_\_\_\_\_



## 2 集合の応用

- (1) 命題: 真偽が明確に判断出来る文章. 「 $x$ は $P$ という性質を満たす.」 (例)  $A = \{x \mid x \text{は母である}\}$   
 $B = \{x \mid x \text{は女性である}\}$
- (2) 必要条件と十分条件:  $A \implies B$

$A$ ならば $B$ である. \_\_\_\_\_  
 (If  $A$  then  $B$ .)

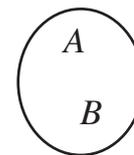


- $B$ は $A$ の必要条件 (necessary condition).  
 女性であることは、母である為の必要条件. しかし、全ての女性が母ではないので、女性であることは母である為の十分条件ではない.
- $A$ は $B$ の十分条件 (sufficient condition).  $A$  only if  $B$ .  
 母であることは、女性である為の十分条件. 母であれば必ず女性なので、十分.

- (3) 必要十分条件 (necessary and sufficient condition):  $A \iff B$

$A$ ならば $B$ であり、かつ、 $B$ ならば $A$ である.

$A \implies B$     かつ     $B \implies A$   
 ( $A$  only if  $B$ )    ( $A$  if  $B$ )  
 $A$  if and only if  $B$ . ( $A$  iff  $B$ .)  
 $\Downarrow$

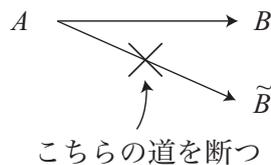


\_\_\_\_\_ or \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

$A$ と $B$ は同値命題になる!

- (4) 背理法

ある命題が成り立たないと仮定して矛盾を導くことにより、その命題が成り立つことを示す方法.



$B$ が成立するか  
 しないか2つに  
 1つしかない.  
 なぜなら  
 $B + \tilde{B} = U$

(5) 対偶

$$A \implies B \iff \tilde{B} \implies \tilde{A}$$

各自ベン図で確認!

## 課題

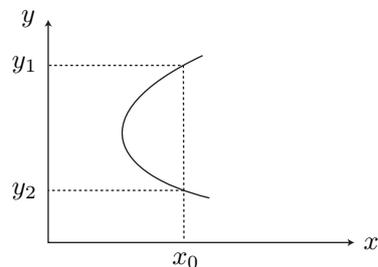
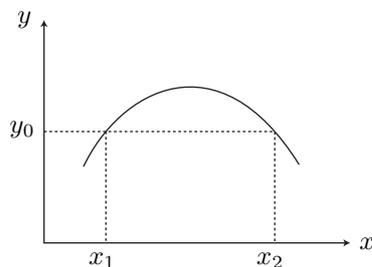
- テキスト pp.14–21, pp.105–107 を読む.
- P.21 練習問題 2.3 の 1–4, 7.
- $A \subset B$  かつ  $B \subset A$  ならば  $A = B$  を背理法を用いて証明せよ.

## 3 関数

関数とは?  $x$  の値が与えられたとき,  $y$  の値が一意に定まる時,  $y$  は  $x$  の関数といい  $y = f(x)$  と表す.

$x$  を関数の \_\_\_\_\_,  $y$  を関数の \_\_\_\_\_ という.

したのグラフで  $y$  は  $x$  の関数か?



## 4 いろいろな型の関数

$y = f(x)$ : 関数の一般表現で,  $x$  と  $y$  の具体的関係が定められていない.

(1) 定値関数

$y = f(x) = 7$   $y$  は  $x$  に対応して変化するのではなく一定の値をとる.

(2) 1次関数(線型関数)

$$y = f(x) = 3 + \frac{1}{2}x$$

## 課題

- (1) テキスト pp.22-40 を読む。関係と関数, 指数については簡単なので各自自習。
- (2) 練習問題 2.5 の 1, 2, 5-8.